1. *Lösung.* a) Die Formel kann wie folgt in KNF umgeformt werden.

$$
\begin{aligned}
&(\neg A \vee \neg(\neg B \wedge \neg A)) \wedge (C \to C \vee E) \wedge \neg\neg(\neg D \vee E \vee D)\\
&\quad \equiv (\neg A \vee B \vee A) \wedge (C \to C \vee E) \wedge \neg\neg(\neg D \vee E \vee D)\\
&\quad \equiv (\neg A \vee B \vee A) \wedge (\neg C \vee C \vee E) \wedge \neg\neg(\neg D \vee E \vee D)\\
&\quad \equiv (\neg A \vee B \vee A) \wedge (\neg C \vee C \vee E) \wedge (\neg D \vee E \vee D)
\end{aligned}
$$

b) Die Formel ist eine Tautologie. Dies kann mit der *Methode von Quine* wie folgt gezeigt werden.

$$
\begin{array}{c}
(\neg A \vee B \vee A) \wedge (\neg C \vee C \vee E) \wedge (\neg D \vee E \vee D)\\
\{A \to \mathsf{True}\} \;\Big|\; \{A \to \mathsf{False}\}\\
\equiv (\neg C \vee C \vee E) \wedge (\neg D \vee E \vee D)\\
\{C \to \mathsf{True}\} \;\Big|\; \{C \to \mathsf{False}\}\\
\equiv (\neg D \vee E \vee D)\\
\{D \to \mathsf{True}\} \;\Big|\; \{D \to \mathsf{False}\}\\
\equiv \mathsf{True}
\end{array}
$$

Da an allen Blättern des Baumes True erreicht wird, ist die Formel eine Tautologie.

□

2. *Lösung.* Das Hoare-Tripel kann wie in Abbildung 1 hergeleitet werden.

□

$$
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{}{\{x_1 - 1 = 0\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{x_1 = 0\}}\,\mathsf{(z)}
}{\{x_1 = 1\}\ x_1 := x_1 - 1\ \{x_1 = 0\}}\,\mathsf{(a)}_1
\qquad
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{}{\{x_1 + 1 = 1\}\ x_1 := x_1 + 1\ \{x_1 = 1\}}\,\mathsf{(z)}
}{\{x_1 = 0\}\ x_1 := x_1 + 1\ \{x_1 = 1\}}\,\mathsf{(a)}_2
\quad
\dfrac{
\dfrac{}{\{\mathsf{even}(x_1 + 1)\}\ x_1 := x_1 + 1\ \{\mathsf{even}(x_1)\}}\,\mathsf{(z)}
}{\{x_1 = 1\}\ x_1 := x_1 + 1\ \{\mathsf{even}(x_1)\}}\,\mathsf{(a)}_3
}{\{x_1 = 0\}\ x_1 := x_1 + 1;\ x_1 := x_1 + 1\ \{\mathsf{even}(x_1)\}}\,\mathsf{(s)}
}{\{x_1 = 1\}\ x_1 := x_1 - 1;\ x_1 := x_1 + 1;\ x_1 := x_1 + 1\ \{\mathsf{even}(x_1)\}}\,\mathsf{(s)}
$$

$$
\begin{aligned}
1 &:\ x_1 = 1 \models x_1 - 1 = 0\\
2 &:\ x_1 = 0 \models x_1 + 1 = 1\\
3 &:\ x_1 = 1 \models \mathsf{even}(x_1 + 1)
\end{aligned}
$$

Abbildung 1: Beweisbaum