1. *Lösung.* a) Die Formel kann wie folgt in KNF umgeformt werden.

$$
\begin{aligned}
&(\neg C \lor \neg(\neg D \land \neg C)) \land (A \to A \lor B) \land \neg\neg(\neg E \lor B \lor E) \\
&\quad \equiv (\neg C \lor D \lor C) \land (A \to A \lor B) \land \neg\neg(\neg E \lor B \lor E) \\
&\quad \equiv (\neg C \lor D \lor C) \land (\neg A \lor A \lor B) \land \neg\neg(\neg E \lor B \lor E) \\
&\quad \equiv (\neg C \lor D \lor C) \land (\neg A \lor A \lor B) \land (\neg E \lor B \lor E)
\end{aligned}
$$

b) Die Formel ist eine Tautologie. Dies kann mit der *Methode von Quine* wie folgt gezeigt werden.

$$(\neg C \lor D \lor C) \land (\neg A \lor A \lor B) \land (\neg E \lor B \lor E)$$

$$\{C \to \mathsf{True}\} \mid \{C \to \mathsf{False}\}$$

$$\equiv (\neg A \lor A \lor B) \land (\neg E \lor B \lor E)$$

$$\{A \to \mathsf{True}\} \mid \{A \to \mathsf{False}\}$$

$$\equiv (\neg E \lor B \lor E)$$

$$\{E \to \mathsf{True}\} \mid \{E \to \mathsf{False}\}$$

$$\equiv \mathsf{True}$$

Da an allen Blättern des Baumes True erreicht wird, ist die Formel eine Tautologie.

□

2. *Lösung.* Das Hoare-Tripel kann wie in Abbildung 1 hergeleitet werden.

□

$$
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{}{\{y_1 + 1 = 4\}\ y_1 := y_1 + 1\ \{y_1 = 4\}}\ (\mathsf{z})
}{\{y_1 = 3\}\ y_1 := y_1 + 1\ \{y_1 = 4\}}\ (\mathsf{a})_1
\qquad
\dfrac{
\dfrac{
\dfrac{}{\{y_1 - 1 = 3\}\ y_1 := y_1 - 1\ \{y_1 = 3\}}\ (\mathsf{z})
}{\{y_1 = 4\}\ y_1 := y_1 - 1\ \{y_1 = 3\}}\ (\mathsf{a})_2
\quad
\dfrac{
\dfrac{}{\{y_1 - 1 = 2\}\ y_1 := y_1 - 1\ \{y_1 = 2\}}\ (\mathsf{z})
}{\{y_1 = 3\}\ y_1 := y_1 - 1\ \{\mathrm{even}(y_1)\}}\ (\mathsf{a})_3
}{\{y_1 = 4\}\ y_1 := y_1 - 1; y_1 := y_1 - 1\ \{\mathrm{even}(y_1)\}}\ (\mathsf{s})
}{\{y_1 = 3\}\ y_1 := y_1 + 1; y_1 := y_1 - 1; y_1 := y_1 - 1\ \{\mathrm{even}(y_1)\}}\ (\mathsf{s})
$$

$$
\begin{aligned}
1 &: \ y_1 = 3 \models y_1 + 1 = 4 \\
2 &: \ y_1 = 4 \models y_1 - 1 = 3 \\
3 &: \ y_1 = 3 \models y_1 - 1 = 2, y_1 = 2 \models \mathrm{even}(y_1)
\end{aligned}
$$

Abbildung 1: Beweisbaum