

- 1) Beschreiben Sie informell, wie ein *Programm* einer *Registermaschine* definiert ist.

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die  $x_2$  von  $x_1$  subtrahiert und das Doppelte dieser Differenz in Register  $x_3$  schreibt. Sie dürfen dabei annehmen, dass  $x_2 \leq x_1$  gilt. Wichtig für die Berechnung ist, dass der richtige Wert in  $x_3$  steht. Die Werte von  $x_1$  und  $x_2$  dürfen verändert werden. Sollten Sie Hilfsregister benötigen, können Sie davon ausgehen, dass diese mit 0 initialisiert sind.

- 2) Betrachten Sie die folgenden beiden Sprachen.

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \ell(x) \text{ ist gerade}\} \text{ und} \\ M = \{x \in \{0, 1\}^* \mid x \text{ ist ein Palindrom gerader Länge}\}.$$

Geben Sie eine Reduktion  $R$  an, die in polynomieller Zeit berechenbar ist, sodass gilt  $L \leq^p M$ .

- 3) Was ist ein *Hoare-Tripel* und wann ist dieses wahr? Wann ist ein Programm *partiell korrekt*, wann *total korrekt*?

Betrachten Sie die folgenden Hoare-Tripel

$$(Q_1, P_1, R_1) \quad \{x_1 = 0\} x_1 := x_1 + 1; x_1 := x_1 - 1; x_1 := x_1 + 1 \{\text{odd}(x_1)\} \\ (Q_2, P_2, R_2) \quad \{\text{false}\} x := x + 1 \{x = 0\} \\ (Q_3, P_3, R_3) \quad \{x_1 = 0\} x_1 := x_1 + 1; x_1 := x_1 + 1; x_1 := x_1 + 1 \{\text{ist\_prim}(x_1)\}$$

wobei das Prädikat  $\text{odd}(x)$  ausdrückt, dass  $x$  ungerade ist, und das Prädikatensymbol  $\text{ist\_prim}$  im Skriptum in Beispiel 6.1 beschrieben wird.

- a) Welche Programme  $P_i$  für  $i \in \{1, 2, 3\}$  sind total korrekt im Bezug auf  $Q_i$  und  $R_i$ ? Argumentieren Sie informell.
- b) Verwenden Sie die Regeln aus Abbildung 6.1, um mindestens zwei der obigen Hoare-Tripel abzuleiten.