

- 1) Wie ist der *Wahrheitswert*  $\bar{v}(A)$  einer Formel definiert?

Prüfen Sie den Wahrheitswert der Formeln

$$(s \vee t \vee d) \rightarrow (c \wedge \neg d)$$

und

$$d \rightarrow (c \rightarrow \neg(s \rightarrow t))$$

unter folgenden Belegungen.

- a)  $v(s) = v(t) = v(c) = v(d) = \top$
  - b)  $v(s) = v(t) = \top, v(c) = v(d) = \text{F}$
  - c)  $v(s) = v(t) = v(d) = \text{F}, v(c) = \top$
- 2) Definieren Sie in eigenen Worten die Begriffe *Konsequenzrelation* und *Äquivalenz*. Was ist der Unterschied zwischen einer *Konsequenzrelation* und einer *Implikation*?

Seien  $A, B$  und  $C$  beliebige Formeln. Zeigen Sie die unten angegebenen Äquivalenzen mit Hilfe einer Wahrheitstabelle oder durch Anwenden der im Skriptum angegebenen logischen Äquivalenzen. (Beachten Sie die Präzedenzen der Junktoren)

- a)  $\neg(A \wedge B) \equiv A \rightarrow \neg B$
  - b)  $(A \vee \neg B) \wedge \neg(A \rightarrow B) \equiv (B \rightarrow A) \wedge A \wedge \neg B$
  - c)  $\neg(A \wedge B) \rightarrow \neg B \vee \neg A \equiv \neg C \vee C$
- 3) Erklären Sie die Bedeutung des *Deduktionstheorems*.

- a) Betrachten Sie folgenden Beweis von  $\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)$ . Diese Aussage wurde auch in der Vorlesung gezeigt, dort mithilfe des Deduktionstheorems. Ergänzen Sie die fehlenden Zeilen des Beweises und markieren sie in jeder Zeile welche Regel verwendet wurde. Verwenden sie nur die Axiome nach Frege und Łukasiewicz (A1-A3) und die Inferenzregel *Modus Ponens* (MP).

1	$\neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg E)$
2	$(\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F)$
3	$((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F)) \rightarrow (\neg E \rightarrow ((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F)))$
4	
5	$(\neg E \rightarrow ((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F))) \rightarrow ((\neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg E)) \rightarrow (\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)))$
6	
7	$\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)$
8	$\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)$

- b) Betrachten Sie den folgenden Beweis von  $\neg\neg E \rightarrow E$  und tragen Sie in die Lücken ein, welche Regel verwendet wurden und ergänzen Sie fehlende Zeilen. Verwenden Sie die Axiome nach Frege und Łukasiewicz des Skriptums (A1 - A3) sowie die Inferenzregel *Modus Ponens* (MP) und das *Deduktionstheorem* (DT).

1	$\neg\neg E$	<input type="text"/>
2		<input type="text"/>
3		<input type="text"/>
4	$(\neg\neg\neg\neg E \rightarrow \neg\neg E) \rightarrow (\neg E \rightarrow \neg\neg\neg E)$	<input type="text"/>
5	$\neg E \rightarrow \neg\neg\neg E$	<input type="text"/>
6		<input type="text"/>
7	$\neg\neg E \rightarrow E$	<input type="text"/>
8	$E$	<input type="text"/>
9	$\neg\neg E \rightarrow E$	<input type="text"/>