

- 1) Implementieren Sie die Operatoren  $+$ ,  $\cdot$  und  $\sim$  der binären Algebra  $\mathbb{B}$  als Funktionen in einer Programmiersprache Ihrer Wahl. Beschreiben Sie Ihre Implementierung und verwenden Sie diese um die folgenden Ausdrücke zu vereinfachen:

a)  $\sim((0 + 1 \cdot 0 \cdot \sim 1) \cdot 0 + (1 + 0) \cdot \sim 1 + 0) \cdot (\sim 1 + 1)$

b)  $\sim(\sim(\sim(\sim 0 + 1)) \cdot (0 \cdot \sim 1) + (\sim(\sim 0 + 1)) \cdot \sim(0 \cdot \sim 1))$

c)  $(1 + \sim 1) \cdot (0 + \sim(\sim 0 \cdot 1)) + \sim((0 \cdot \sim 1) + (\sim 0 \cdot 1)) \cdot \sim(0 \cdot 1)$

- 2) Wie sind die Operationen *Vereinigung*, *Durchschnitt*, *Komplement* und *Konkatenation* von formalen Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma$  definiert? Wie sind *Potenz* und *Kleene-Stern* definiert?

Betrachten Sie die formalen Sprachen  $L = \{\epsilon, 0, 10, 100, 110\}$ ,  $M = \{1, 11, 101, 111\}$  und  $N = \{0, 1\}$  und leiten Sie davon folgende Sprachen ab.

a)  $(L \cup M) \cap N^*$

b)  $LN \cap N^4$

c)  $LL \cap L$

d)  $N(ML \cap LM)$

- 3) Betrachten Sie die folgenden drei Grammatiken  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$ . Um welchen Typ von Grammatik handelt es sich jeweils? Beschreiben Sie die Sprachen  $L(G_1)$ ,  $L(G_2)$  und  $L(G_3)$ . Ordnen Sie die Sprachen in die Chomsky-Hierarchie ein und skizzieren Sie ggf. eine entsprechende rechtslineare Grammatik für eine reguläre Sprache bzw. eine kontextfreie Grammatik für eine kontextfreie Sprache.

- a) Grammatik  $G_1 = (\{S, T\}, \{a, b, c\}, R_1, S)$  mit Regeln  $R_1$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aTb \mid ab \\ aT &\rightarrow aaTb \mid ac \end{aligned}$$

- b) Grammatik  $G_2 = (V_2, \Sigma_2, R_2, S)$ , mit Variablen  $V_2 = \{S, D_i, D_b, I, V_i, V'_i, V_b\}$ ,

Terminalen  $\Sigma_2 = \{\text{int}, \text{bool}, a, \dots, z, =, 0, \dots, 9, \text{true}, \text{false}\}$  und Regeln  $R_2$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow D_i \mid D_b \\ D_i &\rightarrow \text{int } I = V_i \\ D_b &\rightarrow \text{bool } I = V_b \\ V_i &\rightarrow 0 \mid 1 V'_i \mid \dots \mid 9 V'_i \\ V'_i &\rightarrow \epsilon \mid 0 V'_i \mid \dots \mid 9 V'_i \\ V_b &\rightarrow \text{true} \mid \text{false} \\ I &\rightarrow a \mid \dots \mid z \mid a I \mid \dots \mid z I \end{aligned}$$

c) Grammatik  $G_3 = (\{F\}, \{\text{false}, \text{true}, (, ), \neg, \wedge, \vee, \rightarrow\}, R_3, F)$  mit Regeln  $R_3$ :

$$F \rightarrow \text{false} \mid \text{true} \mid \neg F \mid (F \wedge F) \mid (F \vee F) \mid (F \rightarrow F)$$