

2) Lösung. a) $\neg(A \wedge B) \equiv A \rightarrow \neg B$

$\bar{v}(A)$	$\bar{v}(B)$	$\bar{v}(\neg B)$	$\bar{v}(A \wedge B)$	$\bar{v}(\neg(A \wedge B))$	$\bar{v}(A \rightarrow \neg B)$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	T	T

b) $(A \vee \neg B) \wedge \neg(A \rightarrow B) \equiv (B \rightarrow A) \wedge A \wedge \neg B$

$$\begin{aligned}
 (A \vee \neg B) \wedge \neg(A \rightarrow B) &\equiv (\neg B \vee A) \wedge \neg(A \rightarrow B) \\
 &\equiv (B \rightarrow A) \wedge \neg(A \rightarrow B) \\
 &\equiv (B \rightarrow A) \wedge (A \wedge \neg B) \\
 &\equiv (B \rightarrow A) \wedge A \wedge \neg B
 \end{aligned}$$

c) $\neg(A \wedge B) \rightarrow \neg B \vee \neg A \equiv \neg C \vee C$

$$\begin{aligned}
 \neg(A \wedge B) \rightarrow \neg B \vee \neg A &\equiv \neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg B \vee \neg A) \\
 &\equiv (A \wedge B) \vee (\neg B \vee \neg A) \\
 &\equiv (A \wedge B) \vee \neg(A \wedge B) \equiv \text{True} \\
 \neg C \vee C &\equiv C \vee \neg C \equiv \text{True}
 \end{aligned}$$

□

3) Lösung.

a) Ergänzung der fehlenden Zeilen:

1	$\neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg E)$
2	$(\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F)$
3	$((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F)) \rightarrow (\neg E \rightarrow ((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F)))$
4	$\neg E \rightarrow ((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F))$
5	$(\neg E \rightarrow ((\neg F \rightarrow \neg E) \rightarrow (E \rightarrow F))) \rightarrow ((\neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg E)) \rightarrow (\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)))$
6	$(\neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg E)) \rightarrow (\neg E \rightarrow (E \rightarrow F))$
7	$\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)$
8	$\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)$

Verwendete Axiome und Regeln:

1	A1
2	A3
3	A1
4	MP, 2, 3
5	A2
6	MP, 4, 5
7	MP, 1, 6
8	$\neg E \rightarrow (E \rightarrow F)$

b)

1	$\neg\neg E$	Prämisse, DT
2	$\neg\neg E \rightarrow (\neg\neg\neg\neg E \rightarrow \neg\neg E)$	A1
3	$\neg\neg\neg\neg E \rightarrow \neg\neg E$	MP, 1, 2
4	$(\neg\neg\neg\neg E \rightarrow \neg\neg E) \rightarrow (\neg E \rightarrow \neg\neg\neg\neg E)$	A3
5	$\neg E \rightarrow \neg\neg\neg\neg E$	MP, 3, 4
6	$(\neg E \rightarrow \neg\neg\neg\neg E) \rightarrow (\neg\neg E \rightarrow E)$	A3
7	$\neg\neg E \rightarrow E$	MP, 5, 6
8	E	MP, 1, 7
9	$\neg\neg E \rightarrow E$	

□