

2) *Lösung.* Wir leiten das Wort  $\neg(p \rightarrow (\text{false} \wedge \neg\neg q))$  mittels rekursiver Inferenz ab.

Ableitung	Schritt	Variable	Regel	Rekursion
$p$	1	$A$	$A \rightarrow p$	
$\text{false}$	2	$C$	$C \rightarrow \text{false}$	
$q$	3	$A$	$A \rightarrow q$	
$p$	4	$F$	$F \rightarrow A$	1
$\text{false}$	5	$F$	$F \rightarrow C$	2
$q$	6	$F$	$F \rightarrow A$	3
$\neg q$	7	$F$	$F \rightarrow \neg F$	6
$\neg\neg q$	8	$F$	$F \rightarrow \neg F$	7
$(\text{false} \wedge \neg\neg q)$	9	$F$	$F \rightarrow (F \wedge F)$	5, 8
$(p \rightarrow (\text{false} \wedge \neg\neg q))$	10	$F$	$F \rightarrow (F \rightarrow F)$	1, 9
$\neg(p \rightarrow (\text{false} \wedge \neg\neg q))$	11	$F$	$F \rightarrow \neg F$	10

□

- 3) a) Wir wählen  $m = 5$  mit den Indizes 3, 3, 1, 2, 2.  
 b) Für die Fälle  $i_1 = 2$  und  $i_1 = 3$  sehen wir dass unser Wort bereits ungleich ist. Daher betrachten wir alle abgeleiteten Wörter welche mit  $i_1 = 1$  beginnen. Mithilfe von Induktion kann gezeigt werden, dass für alle  $m > 0$  folgt dass  $|x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_m}| \geq |y_{i_1}y_{i_2}\dots y_{i_m}|$ . Daher existiert keine Lösung für dieses PCP Problem.