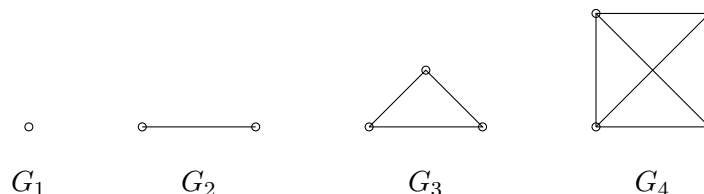


1) Erklären Sie das *Prinzip der vollständigen Induktion* in eigenen Worten.

Auf einer Feier treffen sich n Personen, und jede Person gibt jeder anderen die Hand. Paul ist frustriert, denn er ist hungrig. Nach seiner Berechnung müssen $(n \cdot (n - 1))/2$ oft die Hände geschüttelt werden, bevor das Festessen beginnen kann.

Paulina korrigiert Paul, nach Ihrer Berechnung werden genau $\sum_{i=1}^n (i - 1) = 0 + 1 + \dots + (n - 1)$ mal die Hände geschüttelt. Sie sagt, dies sei ganz leicht zu sehen: Betrachte die n Personen als Knoten $V_n := \{1, \dots, n\}$ eines *vollständiger, ungerichteter Graph* $G_n = (V_n, E_n)$. Eine (*ungerichtete*) *Kante* aus E_n zwischen den Knoten i und j symbolisiert dass sich Person i und Person j die Hand gegeben haben. Das Ergebnis folgt dann mit einer einfachen Induktion über n .

Für $n = 1, \dots, 4$, können die Graphen G_n wie folgt dargestellt werden:



Pauls kleiner Bruder meint: aber streitet euch doch nicht, eine simple Induktion zeigt doch auch dass Ihr beide recht habt.

Zeigen Sie nun folgendes:

a) Paulina hat recht.

Sei $S(n)$ die Aussage: ein vollständiger, ungerichteter Graph mit n Knoten hat $\sum_{i=1}^n (i - 1)$ Kanten.

Zeigen Sie mit vollständigen Induktion dass $S(n)$ für alle $n \geq 1$ gilt. Verwenden Sie die Notation $\#E_n$ für die Anzahl der Kanten im Graphen G_n .

b) Paul hat recht.

Sei $R(n)$ die Aussage: $\sum_{i=1}^n (i - 1) = (n \cdot (n - 1))/2$. Zeigen Sie dass $R(n)$ für alle $n \geq 1$ gilt.

2) Welche der folgenden Schlussfiguren sind korrekt?

- a) *Sokrates ist ein Mensch.*
Keine Menschen sind Philosophen.
Sokrates ist kein Philosoph.
- b) *Wenn es regnet, dann ist die Straße nass.*
Die Straße ist nass.
Es regnet.

- c) *Die Sahara ist kein Feuchtgebiet.
Alle Wüsten sind keine Feuchtgebiete.
Die Sahara ist eine Wüste.*
- d) *Der Großglockner ist der höchste Berg in Tirol.
Tirol ist in Österreich.
Der Großglockner ist der höchste Berg Österreichs.*
- e) *Wenn A, dann B.
A gilt nicht.
Also gilt B auch nicht.*