

- 1) Zeigen Sie per Induktion: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $2^n \geq n + 1$ .  
Sagen Sie dabei jeweils klar, was im Induktionsanfang und Induktionsschritt zu zeigen ist und was die Induktionsvoraussetzung ist und wo Sie diese verwenden.
- 2) Formalisieren Sie die folgende Aussagen in Aussagenlogik. (Zum Beispiel „Wenn Emma fröhlich ist dann malt Sie.“  $A \rightarrow B$ ):
  - a) „Wenn Metallica beim Festival spielt, dann geht Laura nicht hin.“
  - b) „Wenn Messi und Suárez spielen, dann gewinnt Barcelona.“
  - c) „Anna geht nur zum Supermarkt, wenn es nicht schneit oder regnet.“
  - d) „Wenn Alex zur Feier kommt, dann spielen wir Poker. Jedoch spielen wir nur, wenn Andrea und Lucas nicht kommen.“

Ist die Aussagenlogik „stark genug“, um die Aussagen akkurat zu beschreiben?

- 3) Erklären Sie die Begriffe der *Präzedenz* und *Assoziativität* sowie die Konventionen die wir bezüglich der Aussagenlogik getroffen haben.

Passen Sie dann gegebenenfalls die Formeln den dazugehörigen Wahrheitstabellen an, indem Sie die Klammerung richtig setzen.

a)  $A_1 = \neg q \vee \neg p \rightarrow q$

$p$	$q$	$A_1$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	F

b)  $A_2 = p \rightarrow q \rightarrow r$

$p$	$q$	$r$	$A_2$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

c)  $A_3 = p \wedge q \rightarrow r \vee p$ .

$p$	$q$	$r$	$A_3$
T	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	T	F	F
F	F	T	F
F	F	F	F

4) Prüfen Sie folgende Formel auf die Eigenschaften Erfüllbarkeit sowie Tautologie.

$$(p \wedge \neg q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s \wedge t) \wedge (s \vee t \rightarrow \neg r) \wedge (p \vee q \vee r) \rightarrow q$$

Verwenden Sie dazu eine der Methoden aus der Vorlesung. Erlaubt sind dabei folgende elementare Äquivalenzen:

- |  |   |   |
|--|---|---|
| (1) $\text{False} \vee A \equiv A \vee \text{False} \equiv A$                | (5) $\neg \text{False} \equiv \text{True}$          | (9) $\text{True} \rightarrow A \equiv A$        |
| (2) $\text{False} \wedge A \equiv A \wedge \text{False} \equiv \text{False}$ | (6) $\neg \text{True} \equiv \text{False}$          | (10) $A \rightarrow \text{False} \equiv \neg A$ |
| (3) $\text{True} \vee A \equiv A \vee \text{True} \equiv \text{True}$        | (7) $A \rightarrow \text{True} \equiv \text{True}$  |   |
| (4) $\text{True} \wedge A \equiv A \wedge \text{True} \equiv A$              | (8) $\text{False} \rightarrow A \equiv \text{True}$ |   |

Geben Sie in ihrem Beweis an welche Äquivalenzen Sie verwenden.