

1) Finden Sie Algebren $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_4$ und \mathcal{A}_5 so, dass:

- \mathcal{A}_1 eine Halbgruppe
- \mathcal{A}_2 ein Monoid, aber keine Gruppe
- \mathcal{A}_3 eine Gruppe
- \mathcal{A}_4 ein Ring aber kein Körper
- \mathcal{A}_5 ein Körper

ist.

2) Bestimmen Sie für jede der folgenden Formeln eine äquivalente KNF und DNF:

- a) $\neg(p \rightarrow (q \rightarrow (\neg p \wedge q)))$
- b) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \wedge r)$
- c) $(p \vee q) \wedge (r \vee s) \wedge (t \vee u)$

3) Zeigen Sie in NK:

- $p, q \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg p, q \rightarrow \neg r \vdash (p \wedge q \wedge \neg r) \rightarrow r$
- $p \vee q, p \rightarrow r, \neg s \rightarrow \neg q \vdash r \vee s$
- $\vdash (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$