1) *Lösung.* Wir verwenden das Prinzip der vollständigen Induktion, um die Aussagen $S(n)$ und $R(n)$ für all $n \geqslant 1$ nachzuweisen. (Eine knappe Einführung zu Beweisprinzipien finden Sie am Anfang des Skriptums.)

a) **Basisfall** $S(1)$: Es gilt $S(1)$ da $\sum_{i=1}^{1}(i-1) = 0 = \#E_1$.

Schrittfall $\forall n \geqslant 1.\ (S(n) \to S(n+1))$: Wir nehmen an dass $S(n)$ gilt (die *Induktionshypothese*), und zeigen das $S(n+1)$ gilt. Wir haben

$$\begin{aligned}
\#E_{n+1} &= \#E_n + n && \text{Verbindung des neuen Knotens durch} \\
& && \text{Kanten zu jedem der } n \text{ Knoten aus } V_n \\
&= \left(\sum_{i=1}^{n}(i-1)\right) + n && \text{Anwendung der Induktionshypothese} \\
&= \left(\sum_{i=1}^{n}(i-1)\right) + ((n+1)-1) && \text{arithmetisches Umwandeln} \\
&= \sum_{i=1}^{n+1}(i-1) && \text{arithmetisches Umwandeln}
\end{aligned}$$

□

b) **Basisfall** $R(1)$: Es gilt $R(1)$ da $\sum_{i=1}^{1}(i-1) = 1-1 = 0$ und ebenfalls $(1 \cdot (1-1))/2 = (1 \cdot 0)/2 = 0$.

Schrittfall $\forall n \geqslant 1.\ (R(n) \to R(n+1))$: Dann gilt durch einfaches Umwandeln und Anwendung der Inkutionshypothese $R(n)$:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n+1}(i-1) &= \left(\sum_{i=1}^{n}(i-1)\right) + n \\
&= \frac{n \cdot (n-1)}{2} + n && \text{Induktionshypothese} \\
&= \frac{n \cdot (n-1) + 2n}{2} \\
&= \frac{n \cdot (n-1+2)}{2} \\
&= \frac{(n+1) \cdot n}{2}
\end{aligned}$$

Somit gilt $R(n+1)$.

□

2) *Lösung.* a) Korrekt, da aus den Prämissen die Konklusion folgt.

b) Nicht korrekt, da wir nur wissen *Wenn es regnet, dann ist die Straße nass.*, aber daraus nicht folgern können, dass es regnen muss, wenn die Straße nass ist. Diese Art von Schluss nennt man *Abduktion* und sie ist im Allgemeinen nicht korrekt.

c) Nicht korrekt, denn es kann natürlich auch ein nicht-Feuchtgebiet geben, das trotzdem keine Wüste ist – konkret zum Beispiel eine Steppe.

d) Nicht korrekt. Die *Aussage* ist korrekt, da der Großglockner tatsächlich der höchste Berg in Tirol ist. Die Schlussform ist jedoch nicht korrekt, da die Konklusion nicht aus den Prämissen folgt. Sie ist sozusagen nur „zufällig“wahr.

Wenn wir etwa „Großglockner“ mit „Hoher Dachstein“ ersetzen und „Tirol“ mit „Oberösterreich“, dann sind die Prämissen zwar wahr, die Konklusion aber nicht, weshalb dies keine gültige Schlussform sein kann.

e) Nicht korrekt, da die erste Prämisse nichts über den Fall aussagt, in dem A nicht gilt. Nur für den speziellen Fall *A genau dann, wenn B* wäre dies eine korrekte Schlussfolgerung.

□