1) a) Wir nehmen an, dass ein $m > 0$ und Indizes existieren, sodass $x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_m} = y_{i_1}y_{i_2}\dots y_{i_m}$. Wir unterscheiden folgende Fälle:

   i. Sei $i_1 = 1$, dann gilt für alle $m > 0$, dass $|x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_m}| \neq |y_{i_1}y_{i_2}\dots y_{i_m}|$, d.h $x \neq y$.

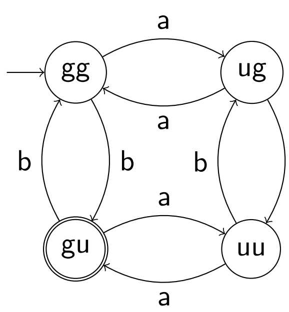
   ii. Sei $i_1 = 2$, dann gilt $101x_{i_2}\dots x_{i_m} \neq 100y_{i_2}\dots y_{i_m}$.

   iii. Sei $i_1 = 3$, dann gilt $11000x_{i_2}\dots x_{i_m} \neq 101y_{i_2}\dots y_{i_m}$.

   Unabhängig von der Wahl für i_1 stimmen die Zeichenfolgen nicht überein. Daher ist unsere Annahme falsch und es existiert keine Lösung.

   b) $m = 2$ mit Indizes $(2, 3)$, $m = 3$ mit Indizes $(2, 1, 3)$

3) *Lösung.* Wir konstruieren zunächst einen Automaten (genauer einen DEA) A sodass $\mathsf{L}(A) = L$:



Nun beobachten wir, dass jeder endliche Automat in eine besonders einfache TM M umgeschrieben werden kann: Das Eingabewort am Band von M ist ein reines Leseband (wird also niemals geändert) und der Lesekopf von M wandert immer nur nach rechts. Mit dieser Überlegung erhalten wir die folgende TM

$$M = (\{\mathsf{gg}, \mathsf{ug}, \mathsf{gu}, \mathsf{uu}, t, r\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \vdash, \sqcup\}, \vdash, \sqcup, \delta, \mathsf{gg}, t, r) ,$$

wobei δ wie folgt definiert ist. (Wir berücksichtigen nur die Übergänge, die nicht schon durch die Zusatzbedingungen für TMs fixiert sind.)

	$\vdash$	a	b	$\sqcup$
gg	$(\mathsf{gg}, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{ug}, \mathsf{a}, \mathrm{R})$	$(\mathsf{gu}, \mathsf{b}, \mathrm{R})$	$(r, \sqcup, \mathrm{R})$
ug	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{gg}, \mathsf{a}, \mathrm{R})$	$(\mathsf{uu}, \mathsf{b}, \mathrm{R})$	$(r, \sqcup, \mathrm{R})$
gu	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{uu}, \mathsf{a}, \mathrm{R})$	$(\mathsf{gg}, \mathsf{b}, \mathrm{R})$	$(t, \sqcup, \mathrm{R})$
uu	$(r, \vdash, \mathrm{R})$	$(\mathsf{gu}, \mathsf{a}, \mathrm{R})$	$(\mathsf{ug}, \mathsf{b}, \mathrm{R})$	$(r, \sqcup, \mathrm{R})$

$\square$